Hoja 7 Funciones

Beatriz Ballesteros

1. Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = (x^2 - 3)e^x$. Calcule:

$$\int_1^2 e^x f(x)dx$$

2. Calcule

$$\int_0^1 (e^{2x} + x)dx$$

3. Calcule la integral

$$\int_1^e \frac{2x^2 + x + 1}{x} dx$$

4. Calcule:

$$\int_0^1 2x\sqrt{1 + x^2}dx$$

5. Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \dfrac{2x - 1}{x^2 - x + 1}$. Calcúlense los valores reales de b para loss cuales se verifica que:

$$\int_0^b f(x)dx = 0$$

6. La derivada de una función real de variable real, $f(x)$, viene dada por la expresión:

$$f'(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

Obténgase la expresión de la función $f(x)$ sabiendo que pasa por el punto $(0, 3)$.

7. Dada la función real de variable real $f(x) = 2x^3 - x^2 + 2$, calcule el área del recinto acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 1$.

8. Se considera la función real de variable real $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x$. Calcúlese el área del recinto acotado liimitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

9. Se considera la función real de variable real $f(x) = -x^4 + x^3 + 2x^2$. Obtenga el área del recinto acotado delimitaddo por la función $f(x)$ y el eje de abscisas para valores de $x > 0$.

10. Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \sqrt{2}xe^{-x^2}$. Halle el área del recinto acotado del plano delimitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

11. Sea $f(x) = x^2 + ax$, dónde a es un parámetro real.

    a) Determine el valor de a para que la función $f(x)$ tenga una primitiva $F(x)$ que verifique $F(0) = 3$ y $F(2) = 9$.

    b) Para $a = 2$, calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 3$.

12. Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & si \quad x \leq 1 \\ \ln x & si \quad x > 1 \end{cases}$$

    Para $a = 1$, halle el área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 0$.

13. La función real de variable real, $f(x)$, se seún la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + k & si \quad x \leq 0 \\ 1 - x^2 & si \quad 0 < x \leq 3 \\ \dfrac{1}{x-3} & si \quad x > 3 \end{cases}$$

    Considerando $k = 0$, obténgase el área del recinto acotado delimitado por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

14. Se considera la función real de variable real $g(x) = \dfrac{ax}{x^2+1} + \dfrac{1}{(1+x)^2}$. Calcúlese el valor de $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, para que el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de g, las rectas $x = 0$ y $x = 1$ y el eje OX sea igual a 2 u^2.

15. Dada la curva $f(x) = x^2 + 4x - 5$ y la curva $g(x) = -x^2 + 4x + 3$, calcule el área del recinto acotado del plano limitado por las gráfica de ambas curvas.

16. Se considera la función real de variable real $f(x) = x^2 + 4$. Determínese el área del recinto plano limitado por la gráfica de $f(x)$, la recta $y = 4x$ y el eje de ordenadas.

17. Se considera la función real de variable real $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$. Determínese el área del recintto cerrado comprendido entre la gráfica de la función f y las rectas $x = 1$, $x = 2$ e $y = 4$.

18. a) Dibújese, de manera esquemática, la región acotada del plano limitada por las gráficas de las curvas: $y = \sqrt{6x}$; $y = \dfrac{x^2}{6}$.

    b) Calcúlesse el área de la región descrita en el apartado anterior.