Hoja 4 Funciones

Beatriz Ballesteros

1. Determínese el valor de la derivada de la función $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

2. Se considera la función real de variable real $f(x) = \sqrt{1+x^2}$. Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x)$ en el punto de abcisa $x = 0$.

3. Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = ax^2 + \frac{b}{x} + 2x$$

dónde a y b son parámetros reales. Calcule a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $(1, 2)$ se paralela a la recta $y = -4x$.

4. Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$$

dónde a y b son parámetros reales. Calcule a y b si se sabe que la recta $y = x$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

5. Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = 3(x+k)e^{\frac{-x}{2}}$$

Indique el dominio de la función y obtenga razonadamente el valor del parámetro real k para que la tangente a la función en el punto de abscisa $x = 1$ sea horizontal. Determine también la ecuación de la recta tangente a la función en dicho punto.

6. Dada la curva:

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

Halle el punto en el que la recta tangente a la curva es paralela a la recta $y - 6x + 1 = 0$, indicando su abscisa y su ordenada.

7. Dada la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} 5x+1 & si \quad x \leq 0 \\ x^2+5x+1 & si \quad x > 0 \end{cases}$$

a) Determine si la función $f(x)$ es derivable en $x = 0$.

b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abcisa $x = 3$.

8. Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2x & si \quad x < 0 \\ -x^2+3x & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) Estúdiese la continuidad y derivabilidad de la función.

b) Determínese los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales, la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abcisa $x = a$ es $m = -2$. Calcúlese, para cada valor de a obtenido, la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$.

9. Dada la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2-x-1 & si \quad x \leq 3 \\ \dfrac{3a}{x} & si \quad x > 3 \end{cases}$$

a) Determine el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. ¿Para qué valor de a es f derivable?

b) Para $a = 1$ calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abcisa $x = 1$.

10. Dada la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+ax-\dfrac{1}{9} & si \quad x \leq 0 \\ \dfrac{x+1}{x^2-9} & si \quad x > 0 \end{cases}$$

Determine el dominio de $f(x)$ y calcule el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ sea derivable en todo su dominio.