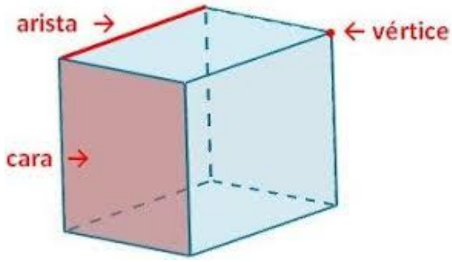
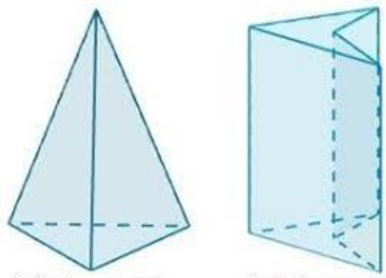
RESUMEN CUERPOS GEOMÉTRICOS – PMAR 3º ESO

1. POLIEDROS.

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico que está delimitado por polígonos. Los elementos de un poliedro son: **vértices, aristas** y **caras**.



Un poliedro se dice que es **convexo** cuando todos sus ángulos diedros (los ángulos interiores formados por la intersección de dos caras) son menores que 180º. Si un poliedro tuviese algún ángulo diedro mayor que 180º, diríamos que el poliedro es **cóncavo**.

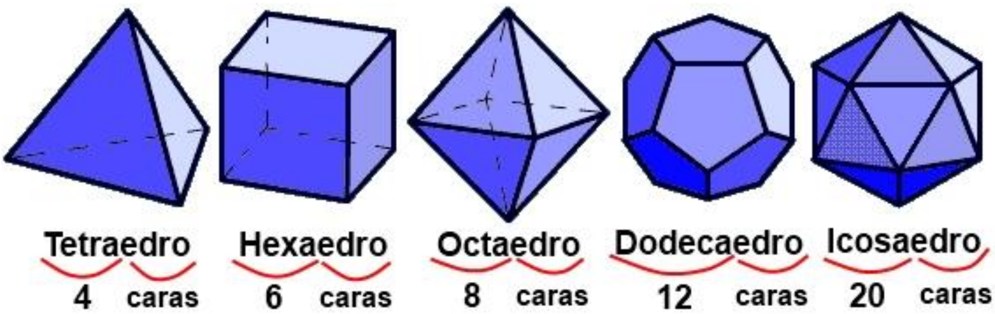


Poliedro convexo Poliedro concavo

Para todo poliedro convexo, se verifica la **fórmula de Euler** que nos dice:

Nº de caras + Nº de vértices = Nº de aristas + 2

Un poliedro es **regular** si todas sus caras son polígonos regulares iguales y en todos sus vértices concurren el mismo número de aristas. Solo hay 5 poliedros regulares:



Actividad 1: Construye con los palillos y chuches un cubo. Una vez construido, completa la siguiente información sobre el cubo:

Nº caras: _____

Nº aristas: _____

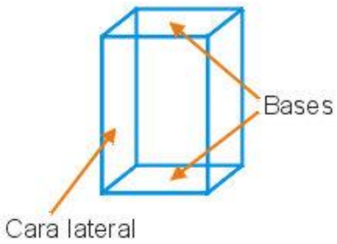
Nº vértices: _____

Comprueba con los datos obtenidos si se verifica la fórmula de Euler:

_______ + _______ = _______ + 2

2. PRISMAS.

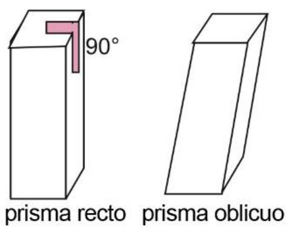
Un **prisma** es un poliedro que tiene dos caras paralelas e iguales, a las que llamamos **bases**. Estas bases están unidas entre sí por otras caras que son paralelogramos, a las que llamamos **caras laterales**.



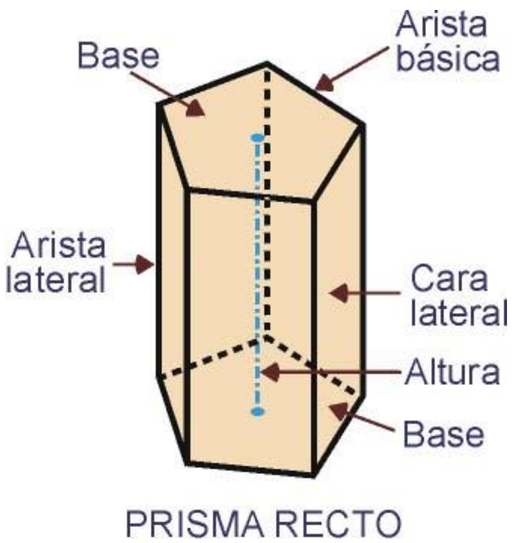
Los prismas se denotan a partir del número de lados que tienen sus bases: prisma **triangular** (su base es un triángulo), prisma **cuadrangular** (su base es un cuadrado) ...

Los prismas pueden ser:

- **Rectos**: si todas sus caras laterales son rectángulos.
- **Oblicuos**: si sus caras laterales no son rectángulos.



Un **prisma regular** es un prisma recto cuyas bases son polígonos regulares.



La arista lateral coincide con la altura, por lo que la denotaremos por h.

A la arista básica, la llamaremos lado de la base, y la denotaremos por l.

Para calcular el **área** de un prisma:

$$A_{total} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$A_{lateral} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_\_$$

El área de la base dependerá del tipo de polígono que tenga en la base (triángulo, cuadrado, pentágono…).

Para calcular el **volumen** de un prisma:

$$V = A_{base} \cdot h$$

Actividad 2: Construye con los palillos y chuches un prisma recto cuadrangular. Una vez construido, y con ayuda de una regla y de la calculadora, completa la siguiente información sobre el prisma:

Longitud de la arista básica o lado: ______ Longitud de la altura del prisma: ______

Área de la base:

Área lateral:

Área total:

Volumen:

Actividad 3: Coge el cubo que realizaste en la actividad 1. ¿Podríamos considerarlo un prisma? ¿Por qué?

Con ayuda de una regla y de la calculadora, completa la siguiente información sobre el cubo:

Longitud de la arista básica o lado: ______ Longitud de la altura del prisma: ______

Área de la base:

Área lateral:

Área total:

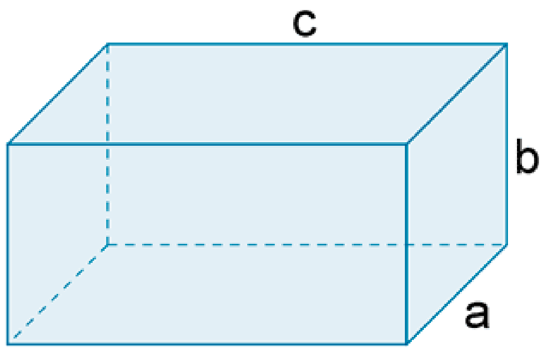
Volumen:

¿Puedes generalizar una fórmula propia para el cálculo del área total y del volumen de un cubo?

$A_{total} =$ $V =$

3. EL ORTOEDRO.

Un **ortoedro** es un prisma **NO regular**, formado por 6 caras rectangulares. Estas caras son iguales dos a dos. También los llamamos **paralelepípedos rectangulares**. Un ejemplo de ortoedro sería una caja de zapatos.



Los ortoedros tienen tres dimensiones: el ancho (**a**), el alto (**b**) y el largo (**c**).

Actividad 4: Coge una de las cajas de la mesa de la profesora. Con un rotulador identifica en la caja cuál es el ancho, el largo y el alto. Piensa cómo calcularías el área total de la caja y su volumen:

$A_{total} =$

$V =$

Ahora coge una regla, mide las dimensiones de la caja que has escogido y calcula el área total y el volumen de tu caja:

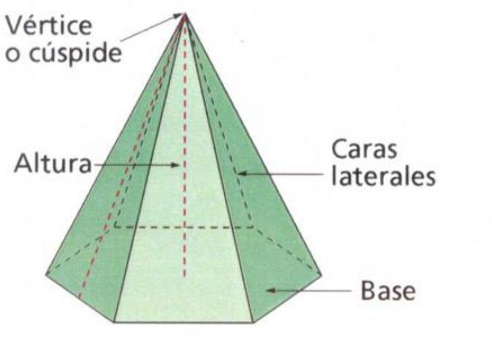
Ancho: ______ Alto: __________ Largo: __________

$A_{total} =$

$V =$

4. PIRÁMIDES.

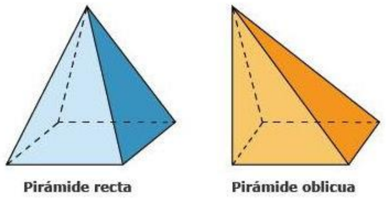
Una **pirámide** es un poliedro cuya base es un polígono cualquiera y cuyas caras laterales son triángulos que concurren en un vértice común, el vértice de la pirámide.



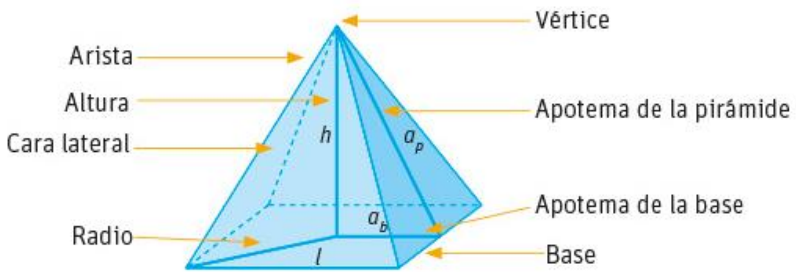
Las pirámides se denotan a partir del número de lados que tienen sus bases: pirámide **triangular** (su base es un triángulo), pirámide **cuadrangular** (su base es un cuadrado) ...

Las pirámides pueden ser:

- **Rectas:** si sus caras laterales son triángulos isósceles y su altura incide en el centro de la base.
- **Oblicuas:** en caso contrario.



Una **pirámide regular** es una pirámide recta cuyas bases son polígonos regulares.



Actividad 5: Construye con palillos y chuches una pirámide cuadrangular. Con ayuda de una regla mide las siguientes longitudes:

Lado de la base: _____

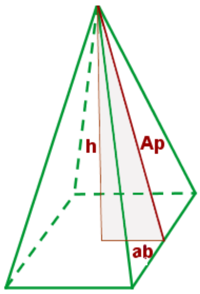
Apotema de la base: _____

Apotema de la pirámide: ______

Altura de la pirámide: _______

¿Qué figuran forman la apotema de la base, la apotema de la pirámide y la altura de la pirámide?

Para calcular el **área** de una pirámide:



$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base}$$

$$A_{lateral} = nº\ caras \cdot\ A_{triángulo} = nº\ caras \cdot \frac{l \cdot a_p}{2}$$

En toda pirámide, la altura de la pirámide, la apotema de la pirámide y la apotema de la base forman un triángulo rectángulo, y, por tanto, se verifica el Teorema de Pitágoras: $\boldsymbol{a_p^2} = \boldsymbol{h^2} + \boldsymbol{a_b^2}$

El área de la base dependerá del tipo de polígono que tenga en la base (triángulo, cuadrado, pentágono…).

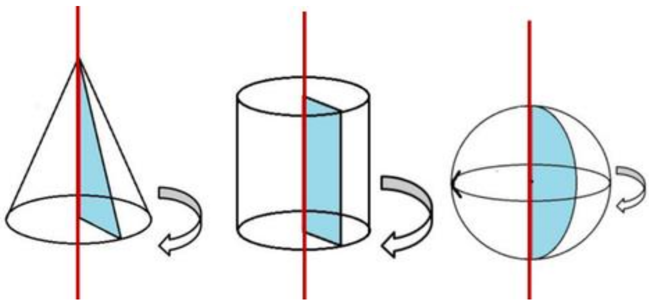
Para calcular el **volumen** de una pirámide:

$$V = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$$

5. CUERPOS DE REVOLUCIÓN.

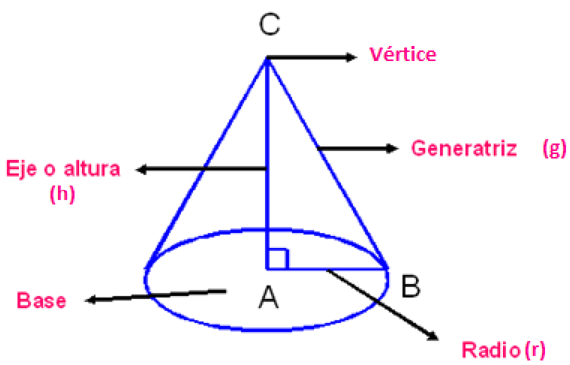
Un cuerpo geométrico es un **cuerpo de revolución** si se puede obtener al girar una figura plana alrededor de un eje.

Son cuerpos de revolución: el **cono**, el **cilindro** y la **esfera**.



6. CONOS.

El **cono** se obtiene al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.



La **generatriz** junto con la **altura** y el **radio** de la base forman un triángulo rectángulo, por lo que se verifica el Teorema de Pitágoras: $\boldsymbol{g^2} = \boldsymbol{h^2} + \boldsymbol{r^2}$

Para calcular el **área** de un cono:

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base}$$

$$A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g$$

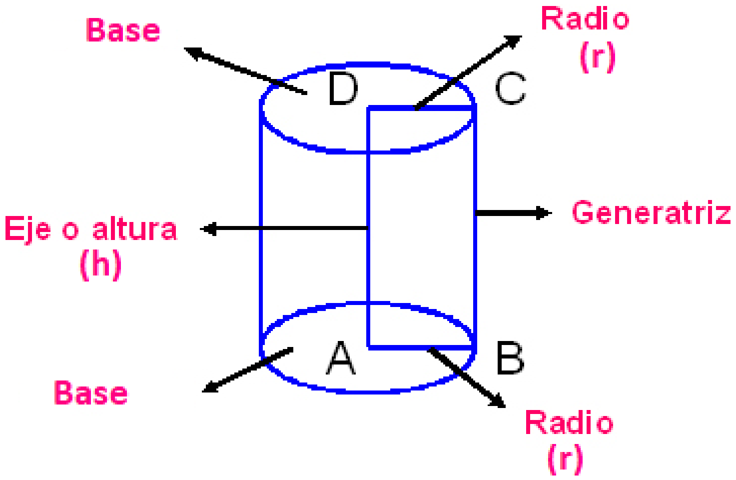
$$A_{base} = \pi \cdot r^2$$

Para calcular el **volumen** de un cono:

$$V = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$$

7. CILINDROS.

El cilindro se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.



Actividad 6: Coge uno de los rollos de papel higiénico y un trozo de lana.

1- Con la lana rodea el rollo, y corta la longitud exacta que mide la longitud de la circunferencia del rollo. Mide con una regla la longitud del hilo:

Lado de la circunferencia: _____

2- Corta el cilindro verticalmente y extiende el rectángulo obtenido sobre la mesa. Mide con una regla la longitud de la base y la altura del cilindro:

Base: ______ Altura: ______

3- Calcula el área del rectángulo anterior, a esta área le llamaremos área lateral del cilindro:

$A_{lateral} =$

4- Imagina que nuestro rollo de papel higiénico tuviese tapadas las dos bases. Calcula:

Radio de la base: ____

Área de una de las dos bases: $A_{base} =$

Deduce las fórmulas para calcular el **área** de un cilindro:

$$A_{total} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$A_{lateral} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

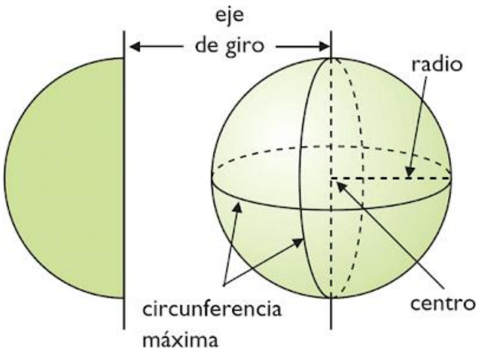
$$A_{base} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Para calcular el **volumen** de un cono:

$$V = A_{base} \cdot h$$

8. ESFERA.

La esfera se obtiene al girar un semicírculo alrededor de su diámetro.



Para calcular el **área** de una esfera:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Para calcular el **volumen** de una esfera:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$